



دانشگاه زنجان

دانشکده مهندسی

گروه برق

پایان نامه کارشناسی

گرایش: قدرت

عنوان:

تحلیل پایداری سیستم های کنترل و کاربرد آن در سیستم های قدرت

استاد راهنما: دکتر جلیوند

نگارش: قنبر پور کامیار

شهریور 90



# پایان نامه کارشناسی

## چکیده

در فصل اول، مفاهیم پایداری سیستم های دینامیکی حول نقاط تعادل آن ها بررسی می شود و تعاریف انواع پایداری ها مورد بحث قرار می گیرد. فصل دوم به روش تحلیل پایداری لیاپانوف می پردازد که برای بررسی

پایداری معادلات دیفرانسیل غیرخطی از آن استفاده می شود. سپس در فصل سوم کنترل سیستم های قدرت مورد بررسی قرار می گیرند و در آخر این فصل نیز دو مثال از سیستم های قدرت مطرح می شود که با استفاده از دو روش (روش آرایه ی روت هرویتز و روش لیاپانوف) تحلیل پایداری روی این سیستم ها انجام می شود.

## فصل اول

### مفاهیم پایداری

#### 1-1 مقدمه:

در این فصل مفهوم مهم پایداری سیستم های دینامیکی را حول نقطه ی تعادل مورد بررسی قرار می دهیم.

تعاریف مختلفی برای پایداری سیستم ها ارائه شده است. ایده ی کلی این تعاریف را می توان بدین صورت بیان نمود: مجموعه ای از معادلات دینامیکی یک سیستم فیزیکی داده شده اند، تعیین کنید که آیا سیستم حول

نقطه ی تعادل خوش رفتار است؟ در حقیقت تعاریف پایداری که در این فصل خواهیم دید را می توان نتیجه ی

تلاش هایی دانست که هدف آن ها ارائه ی بیان ریاضی دقیقی برای مفاهیم خوش رفتاری سیستم است. در این فصل توجه خود را بر مفهوم پایداری از دیدگاه لیپانوف محدود می کنیم که در مورد نقاط تعادل به کار می

روند.

#### 2-1 تعاریف پایداری:

معادله ی دیفرانسیل  $\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), t]$  معادله ی متناظر با یک سیستم غیر خطی تغییر

پذیر با زمان است.  $t$  متغیر زمان،  $x(t)$  بردار ستونی تغییرپذیر با زمان  $n$ -بعدی (بردار حالت)،  $u(t)$  نشانگر متغیر ورودی یا کنترل و  $f$  تابع غیر خطی توصیف کننده ی سیستم است.

**تعریف 1-1:** نقطه ی تعادل  $x_e$  بردار ثابتی است که اگر  $x(t_0) = x_e$  و  $u(t) = 0$  باشد، پاسخ سیستم داده شده ی بالا برای کلیه ی  $t \geq t_0$  خواهد بود. چون  $x_e$  بردار ثابت است لذا:

$$\dot{x}_e(t) = 0 = f(x_e, 0, t)$$

نقطه ی تعادل نشان دهنده ی پاسخ ثابت حالت ماندگار به معادله ی دینامیکی بالاست.

اگر فرض کنیم سیستم خطی است، نقطه ی تعادل از معادله ی زیر به دست می آید:

دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان

$$0 = Ax_e$$

دانشگاه مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
بدیهی است که مبدأ همواره یک نقطه ی تعادل برای سیستم های خطی است. سایر نقاط تعادل (در صورت

مهندسی گروه وجود) متعلق به فضای پوچی ماتریس  $A$  هستند. آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه

گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه

برق آزمایشگاه اکنون به ارائه ی تعاریف مختلف پایداری می پردازیم. دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق

آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
تعریف 1-2:  $\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), t]$  را در نظر بگیرید. گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان

پروژه برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
نقطه ی تعادل  $x_e$  را به مفهوم لیاپانوف پایدار گویند، اگر برای هر  $t_0$  و هر  $e > 0$  یک  $d > 0$  وجود دارد که به آزمایشگاه پژوهش برق

برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
ازای  $\|x(t_0) - x_e\| < r$  برای کلیه ی  $t \geq t_0$ ،  $\|x(t) - x_e\| \leq e$  باشد. دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق

دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
یعنی می توان با انتخاب حالت اولیه به اندازه ی کافی نزدیک به نقطه ی تعادل از دور شدن حالت از نقطه ی تعادل جلوگیری کرد. به عبارت دیگر حالت تعادل  $x_e$  را به مفهوم لیاپانوف پایدار گویند اگر پاسخ سیستم ناشی از

زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
از هر حالت اولیه که نزدیک  $x_e$  باشد، هیچ گاه از حالت تعادل دور نشود. دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه

دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
این تعریف صورت ضعیف پایداری است، صورت قوی تر و عملی تر وقتی است که پاسخ علاوه بر نزدیک ماندن زنجان دانشکده مهندسی گروه برق

به حالت تعادل، به سمت آن نیز میل کند. گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه

گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
تعریف 1-3: نقطه ی تعادل پایدار مجانبی است اگر

برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
الف) پایدار به مفهوم لیاپانوف باشد.

آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
ب) برای هر  $t_0$  یک  $r(t_0) > 0$  وجود دارد که به ازای  $\|x(t_0) - x_e\| < r$ ، برای هر  $t \rightarrow \infty$  رابطه ی زیر برقرار

آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
است:

پروژه برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
 $\|x(t) - x_e\| \rightarrow 0$

برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان

دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان  
زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پژوهش برق دانشگاه زنجان





دانشگاه مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان  
تعریف 1-5: نقطه ی تعادل سیستم را ناپایدار گویند اگر پایدار به مفهوم لیاپانوف یا پایدار مجانبی نباشد.

دانشکده مهندسی لیاپانوف و مجانبی را پایدار داخلی نیز می نامند. زیرا این تعاریف با ورودی سیستم کاری ندارند و رفتار زمان و دانشکده  
متغیرهای حالت سیستم را توصیف می کنند (پاسخ ورودی صفر) تعریف زیر در رابطه با رفتار ورودی خروجی  
سیستم است.

گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه  
برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق  
تعریف 1-6: سیستم بدون شرایط اولیه را پایدار BIBO (ورودی کران دار- خروجی کراندار) گویند، اگر و فقط

آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه  
اگر برای هر ورودی کراندار، خروجی آن کراندار باشد. دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه  
این تعریف پایدار حالت صفر سیستم می باشد.

برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان  
تعریف 1-7: یک سیستم دینامیکی خطی را کاملاً پایدار یا پایدار  $T$  می نامند، اگر و فقط اگر برای هر شرط برق و دانش‌آموزان  
اولیه ی حالت و هر ورودی کراندار، خروجی و کلیه ی متغیرهای حالت سیستم کراندار باشند.

دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه  
شرط پایداری  $T$  از سایر پایداری های ارائه شده سخت تر است. در بعضی مواقع سیستمی که فقط پایدار  
BIBO است به خوبی عمل نمی کند، زیرا ممکن است بعضی از متغیر های حالت آن ناپایدار باشند و باعث از

مهندسی گروه کارافتادگی یا اشباع سیستم شوند. بنابراین در عمل سیستم باید پایدار  $T$  باشد. گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی  
گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه  
برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه

1-3 پایداری سیستم های خطی تغییرناپذیر با زمان: گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق  
آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق  
قضیه 1-1: سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان زیر را در نظر بگیرید:

آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق  
$$\dot{x}(t) = Ax(t)$$
 گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه  
این سیستم پایدار به مفهوم لیاپانوف است، اگر و فقط اگر:

برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان  
الف) کلیه ی مقادیر ویژه ی  $A$  قسمت های حقیقی غیر مثبت داشته باشند. دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان  
دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه  
دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه برق آزمایشگاه پروژه برق و دانش‌آموزان دانشکده مهندسی گروه





## فهرست منابع و مراجع

[1] A.N.Michel and L.Hou and P.Liu , "Stability Of Dynamical Systems" , Boston :

Birkh" auser , 2006.

[2] Chen.C.T " Introduction To Linear System Theory And Design " , Oxford

University Press , 1999.

[3] Hadi.Saadat ,

انتشارات دانشگاه علم و صنعت، 1389

[4] خاکی صدیق، علی: " اصول کنترل مدرن " چاپ هفتم، انتشارات دانشگاه تهران، 1389